2022-2023学年秋冬学期《数学分析(甲)I(H)》第一次小测

1. 设$\{x_n\},\{y_n\}$ 是两个有界数列，则下述不等式一定成立的是(　)。

单选题 (10 分)

A. $\sup\{x_ny_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\le\sup\{x_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\cdot\sup\{y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}$.

B. $\inf\{x_ny_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\ge\inf\{x_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\cdot\inf\{y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}$.

C. $\inf\{x_n+y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\le\sup\{x_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\cdot\sup\{y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}$.

D. $\sup\{x_n+y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}\le\sup\{x_n|n\in\mathbb{Z}^+\}+\sup\{y_n|n\in\mathbb{Z}^+\}$.

2. 设当$x\to x_0$时，$f(x)$是无穷小量，$g(x)$是无穷大量，$h(x)$是有界量，那么以下说法正确的是(　　).

多选题 (10 分)

A. 当$x\to x_0$时，$g(x)+h(x)$ 是无穷大量.

B. 当$x\to x_0$时，$f(x)+h(x)$ 是无穷小量.

C. 当$x\to x_0$时，$f(x)h(x)$ 是无穷小量.

D. 当$x\to x_0$时，$g(x)h(x)$ 是无穷大量.

3. 设$f(x)=\frac{8-x}{4+x},g(x)=2-\sqrt[3]{x}$. 当$x\to 8$时，下述陈述正确的是 (　).

单选题 (10 分)

A. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 更低阶的无穷小量.

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 为等价无穷小量.

C. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 更高阶的无穷小量.

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 为同阶非等价无穷小量.

4. 若 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{4x^2-12x+5}-ax-b)=2$, 则有序数组$(a,b)=$ (　).

单选题 (10 分)

A. $(-2,1)$.

B. $(-2,3)$.

C. $(2,3)$.

D. $(2,-5)$.

5. 设$\{x_n\}$是一个两两不同的数列，$a\in\mathbb{R}$ 是常数，则下列说法中表示 $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n=a$ 的有(　).

多选题 (10 分)

A. $\exists N\in\mathbb{Z}^+,\forall\epsilon>0,\forall n>N$, 有 $|x_n-a|<\epsilon$.

B. $\forall\epsilon>0,\exists N\in\mathbb{Z}^+,\forall n>N$, 有 $|x_n-a|<20\epsilon$.

C. $\forall \epsilon \in (0,1), \exists N \in \mathbb{Z}^+, \forall n > N$, 有 $|x_n - a| < \frac{\epsilon}{2}$.

D. $\forall m \in \mathbb{Z}^+, \exists N \in \mathbb{Z}^+, \forall n > N$, 有 $|x_n - a| < \frac{1}{m}$.

6. 以下说法正确的有（　　）.

多选题 (10 分)

A. 若数列$\{x_n\}$无界，则一定存在它的一个单调子列$\{x_{n_k}\}$，使得$\lim\limits_{n\to\infty} x_{n_k} = \infty$.

B. 若数列$\{x_{2n}\}$, $\{x_{2n+1}\}$与$\{x_{3n}\}$都收敛，则$\{x_n\}$收敛;

C. 若数列$\{x_{2n}\}$与$\{x_{2n+1}\}$都收敛，则$\{x_n\}$收敛;

D. 若数列$\{x_n\}$的每一个子列都收敛，则$\{x_n\}$收敛;

7. 设$f(x)$在$\mathbb{R}$ 上严格单调有界，$\{x_n\}$ 为实数列， 则下述说法正确的是（　　）.

单选题 (10 分)

A. 若$\{f(x_n)\}$ 发散，则$\{x_n\}$ 必发散.

B. 若$\{x_n\}$ 单调，则$\{f(x_n)\}$ 必收敛.

C. 若$\{f(x_n)\}$ 单调，则$\{x_n\}$ 必收敛.

D. 若$\{x_n\}$ 发散，则$\{f(x_n)\}$ 必发散.

8. 下述命题正确的是（　　）.

单选题 (10 分)

A. 若S 是一个非空有上界的无理数集，则 $\exists \xi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, 使得 $\xi = \sup S$.

B. 若S 是一个非空有上界的实数集，则 $\exists \xi \in \mathbb{R}$, 使得 $\xi = \sup S$;

C. 若S 是一个非空有上界的实数集，则 $\exists \xi \in \mathbb{Q}$, 使得 $\xi = \sup S$.

D. 若S 是一个非空有上界的有理数集，则 $\exists \xi \in \mathbb{Q}$, 使得 $\xi = \sup S$.

9. 设$a \in \mathbb{R}, D_f$ 为函数f的定义域，x_0是D_f的一个聚点，下述关于函数极限的$\epsilon - \delta$语言描述 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a$ 的是（　　）.

单选题 (10 分)

A. $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \{t \in D_f | 0 < |t - x_0| < \frac{\delta}{2}\}$, 成立 $|f(x) - a| < 3\epsilon$.

B. $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \{t \in D_f || t - x_0| < \delta\}$, 成立 $|f(x) - a| < \epsilon$.

C. $\exists \epsilon_0 > 0, \forall \delta > 0, \exists x \in \{t \in D_f | 0 < |t - x_0| < \delta\}$, 成立 $|f(x) - a| \geq \epsilon_0$.

D. $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \{t \in D_f | 0 < t - x_0 < \delta\}$, 成立 $|f(x) - a| < \epsilon$.

10. 如果f在区间 I 上不一致连续，那么以下说法正确的是（　　）

单选题 (10 分)

A. $\exists \epsilon > 0$, $\exists \delta > 0$, s.t. 当$x', x'' \in I$并且$|x' - x''| < \delta$时，有$|f(x') - f(x'')| \geq \epsilon$;

B. $\exists \epsilon > 0$, $\forall \delta > 0$, 当$x', x'' \in I$并且$|x' - x''| < \delta$ 时，有$|f(x') - f(x'')| \geq \epsilon$;

C. $\exists \epsilon > 0$, $\forall \delta > 0$, $\exists x', x'' \in I$，满足$|x' - x''| < \delta$，但是$|f(x') - f(x'')| \geq \epsilon$.

D. $\forall \epsilon > 0$, $\exists \delta > 0$, s.t. 当 $x', x'' \in I$ 并且 $|x' - x''| < \delta$ 时，有 $|f(x') - f(x'')| \geq \epsilon$;