2023-2024学年秋冬学期数学分析(甲)I(H)第一次小测

1. 设函数f在x_0的某去心邻域内有定义，$a \in \mathbb{R}$, 则$\boxed{\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq a}$的$\epsilon - \delta$表述为(　)。

单选题(10 分)

A. $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0,$ 当$0 < |x - x_0| < \delta$时，有 $|f(x) - a| \geq \epsilon.$

B. $\exists \epsilon > 0, \forall \delta > 0,$ 当$0 < |x - x_0| < \delta$时，有 $|f(x) - a| \geq \epsilon.$

C. $\exists \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \exists x,$ 使得 $0 < |x - x_0| < \delta$，且 $|f(x) - a| \geq \epsilon.$

D. $\exists \epsilon > 0, \forall \delta > 0, \exists x,$ 使得 $0 < |x - x_0| < \delta$，且 $|f(x) - a| \geq \epsilon.$

2. 数列 $\{\dfrac{1! + 2! + \cdots + n!}{n!}\}$ 的极限为(　　).

单选题(10 分)

A. 2

B. e

C. $+\infty$

D. 1

3. 数列 $\left\{\dfrac{|1 - 2 + 3 - \cdots + (-1)^{n-1} n|}{n}\right\}$ 的极限(　　)。

单选题(10 分)

A. $= 0$

B. $= 1$

C. 不存在

D. $= \frac{1}{2}$

4. 设a, b是两个实常数,若已知$x = 1$是 函数 $f(x) = \dfrac{e^x - b}{(x-a)(x-b)}$ 的可去间断点，则有（　　）.

单选题(10 分)

A. $a = 1, b = e$

B. $a = 1, b = 1.$

C. $a = e, b = e$

D. $a = e, b = 1$

5. 设 $x_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2}, n \in \mathbb{Z}^+$, $E = \{x_n \big| n \in \mathbb{Z}^+\}$, 则（　　）.

单选题(10 分)

A. $\sup E = \frac{3}{2}, \inf E = 0.$

B. $\sup E=1, \inf E=-1.$

C. $\sup E=1, \inf E=0.$

D. $\boldsymbol{\sup E=\frac{3}{2}, \inf E=-1.}$

6. 设有数列 $\{a_n\},\{b_n\},\{c_n\}$, 下述命题中( )。
(i) 若 $\boldsymbol{a_n \le b_n \le c_n}$ $(\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}^+)$, 且 $\lim\limits_{n\to+\infty}(c_n-a_n)=0$, 则数列 $\{b_n\}$ 收敛.
(ii) 若 $\boldsymbol{a_n \le b_n \le c_n}$ $(\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}^+)$, 且 $\lim\limits_{n\to+\infty}(c_n-a_n)=0$, 又有数列 $\{b_n\}$ 收敛，则数列 $\{a_n\},\{c_n\}$ 收敛.

单选题(10 分)

A. (i) 和（ii） 都不正确。

B. (i) 正确，而（ii）不正确。

C. (i) 不正确，而（ii）正确。

D. (i) 和（ii） 都正确。

7. 设 $x_n=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdots\frac{2n-1}{2n}, n\in\mathbb{Z}^+$, 则以下结论正确的是( ).

单选题(10 分)

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} 2nx_n=1.$

B. $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}\cdot x_n=1.$

C. $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{2n}\cdot x_n=1.}$

D. $\lim\limits_{n\to+\infty} nx_n=1.$

8. 以下命题正确的是 ( ).

多选题(10 分)

A. 设函数 f,g 都在$\mathbb{R}$ 上连续，则$\boldsymbol{f\cdot g}$ 也在$\mathbb{R}$ 上连续.

B. 设函数 f,g 都在 $(0,1)$ 上一致连续，则$f\cdot g$ 也在$(0,1)$ 上一致连续.

C. 设函数 f,g 都在$\mathbb{R}$ 上一致连续，则$f\cdot g$ 也在$\mathbb{R}$ 上一致连续.

D. 设函数 f,g 都在$\mathbb{R}$ 上一致连续，则$\boldsymbol{f+g}$ 也在$\mathbb{R}$ 上一致连续.

9. 以下命题中，结论正确的共有( )个.
(i) $o(x)+o(x^2)=o(x),(x\to 0);$
(ii) $o(x^2)+o(x^3)=o(x),(x\to 0);$
(iii) $o(x)\cdot o(x)=o(x),(x\to 0);$
(iv) $o(x^2)/o(x)=o(x),(x\to 0).$

单选题(10 分)

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

10. 下述命题正确的有( )。

多选题(10 分)

A. $\lim\limits_{x\to 0+}(1+\frac{1}{x})^x=e.$

B. 设 $n=2^{2023}$, 则函数 $f(x)=x^n+nx-2$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一的零点。

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(\cos\frac{1}{2}\cos\frac{1}{4}\cdots\cos\frac{1}{2^n})=\sin 1.$

D. 设函数 f 满足 $\forall x\in\mathbb{R}$ 有 $f(x^2)=f(x)$, 且 $f(x)$ 在$x=0$ 和$x=1$ 处连续，则 f 必为常值函数.