⚠ To get back your passcode, you should key-in email in 'My Settings'.

2024-2025学年秋冬学期数学分析(甲)I(H)第一次小测

1. 设f, g 是D 上的非负有界函数.则以下命题错误的是( ).

Multiple-Choice(10 Points)

A. $\inf\limits_{x\in D}\{f(x)-g(x)\} \le \sup\limits_{x\in D} f(x) - \inf\limits_{x\in D} g(x) \le \sup\limits_{x\in D}\{f(x)-g(x)\}.$

B. $\inf\limits_{x\in D} f(x)\cdot \inf\limits_{x\in D} g(x) \le \inf\limits_{x\in D}\{f(x)\cdot g(x)\} \le \sup\limits_{x\in D} f(x)\cdot \sup\limits_{x\in D} g(x).$

C. $\sup\limits_{x',x''\in D}(f(x')-f(x'')) = \sup\limits_{x\in D} f(x) - \inf\limits_{x\in D} f(x).$

D. $\inf\limits_{x\in D}\{f(x)+g(x)\} \le \inf\limits_{x\in D} f(x) + \sup\limits_{x\in D} g(x) \le \sup\limits_{x\in D}\{f(x)+g(x)\}.$

2. 设$\{a_n\}$ 是正数数列，且$l\in[0,1)$. 则以下命题中，结论正确的有( ) 个.

(i) 若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=l$, 则 $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$.

(ii) 若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a_n}=l$, 则 $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$.

(iii) 若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=l$, 则 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a_n}=l$.

(iv) 若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a_n}=l$，则 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=l$.

Multiple-Choice(10 Points)

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

3. 下列结论正确的是( ).

Multiple-Choice(10 Points)

A. 发散数列必无界.

B. 有界数列必收敛.

C. 无界数列必发散.

D. 收敛数列未必有界.

4. 设$\{a_n\}$ 是实数数列，则下述命题正确的是 ( ).

Multiple-Choice(10 Points)

A. 若$\{a_n^3\}$ 收敛，则$\{a_n\}$ 必收敛;

B. 若$\{a_n^2\}$ 收敛，则$\{a_n\}$ 必收敛;

C. 若有 $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_{n+1}-a_n)=0$, 则 $\{a_n\}$ 收敛.

D. 若$\{a_n\}$ 发散，则必存在$\{a_n\}$的两个收敛子列，且其极限不等.

5. 设$f(x),g(x)$在 $\mathbb{R}$ 上有定义，且$f\circ g(x),g\circ f(x)$ 在$\mathbb{R}$ 上有定义. 已知 f 连续且$\forall x\in\mathbb{R},f(x)\neq 0,g(x)$ 有间断点，则下列函数中可能连续的有(　).

Multiple-Answer(10 Points)

A. $f\circ g(x)$.

B. $(g(x))^2$.

C. $g\circ f(x)$.

D. $\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

6. 下列命题中正确的有(　　).

Multiple-Answer(10 Points)

A. 数列收敛当且仅当数列为基本列.

B. 若 f 在$[0,1]$ 上连续，且$f(0)=f(1)$, 则必存在长度为 $\dfrac{1}{2}$ 的区间 $[\alpha,\beta]\subset[0,1]$,使得 $f(\alpha)=f(\beta)$.

C. 若数列$\{a_n\}$ 满足$a_1=4$, 且$\forall n\in\mathbb{Z}^+,a_{n+1}=\sqrt{3a_n}$, 则$\{a_n\}$ 收敛.

D. 每个数列均有单调子列.

7. 设有函数 $f(x)=\dfrac{\ln(1+x^2)}{a-e^{bx}}$, 其中$a,b$ 为实常数. 已知 f 在$(-\infty,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$, 则有 (　　).

Multiple-Answer(10 Points)

A. $a\leq 0$.

B. $a>0$.

C. $b\leq 0$.

D. $b>0$.

8. 若实数 a,b 满足 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-3x+1}-ax-b)=0$. 则 (　　).

Multiple-Choice(10 Points)

A. $a=-1,b=\frac{3}{2}$.

B. $a=1,b=\frac{3}{2}$.

C. $a=1,b=-\frac{3}{2}$.

D. $a=-1,b=-\frac{3}{2}$.

9. 设$\lim\limits_{x\to1}f(x)=2025$,则必有 (　　).

Multiple-Choice(10 Points)

A. $f(x)$ 在$x=1$ 处没有定义.

B. $\exists\delta>0,\forall x\in U^0(1,\delta)\cap D_f,f(x)>2024.$

C. $\exists\sigma>0,\forall x\in U^0(1,\sigma)\cap D_f,f(x)\neq 2025.$

D. $f(1)=2025$.

10. 设$f(x)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$, 则 $f(x)$ (　　).

Multiple-Choice(10 Points)

A. 有间断点 $x=-1$.

B. 有间断点$x = 1$.

C. 有间断点$x = 0$.

D. 无间断点.