

1. 已知 $xy = e^{x+y}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \sin x}{x^2} \right)$

求 $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x \cos x}{x - \sin x} \right)$

3. 有 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$, 求 $f(x)$ 的 n 阶导

$$4. \text{微分方程} \begin{cases} (x+1) \frac{dy}{dx} + 1 = 2e^{-y} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

求y的解

$$5. \text{求} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(e^{x \ln x} + \sqrt[3]{1 - \cos x}) - \sin x}{\arctan(4 \sqrt[3]{1 - \cos x})} \right)$$

6. 设 $f(x), g(x)$ 在 $x = 0$ 某一邻域 U 内有定义, $\forall x \in U, f(x) \neq g(x)$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = a > 0$, 证明

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{[f(x)]^{g(x)} - [g(x)]^{f(x)}}{f(x) - g(x)} \right) = a$$

7. 设 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f(0) = f'(0) = 0, f''(x) = 6$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin^2 x)}{x^4} = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x + \frac{f(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e^3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} =$ _____

9. 设 $f(x)$ 有连续导数, 且 $f(1) = 2$, 记 $z = f(e^x y^2)$, 若 $\frac{\partial z}{\partial x} = z$, 求 $f(x)$ 在 $x > 0$ 的表达式为 _____