

量子力学：波澜壮阔的物理学史

2025.12



chapter1: 起源——黑体辐射，物理学大厦上空的乌云

19 世纪末，经典物理学达到了前所未有的辉煌。牛顿力学、麦克斯韦电磁学和热力学等理论体系相继建立，物理学家们似乎已经掌握了自然界的基本规律。当时的物理学家普遍认同物理学的大厦已经修建完毕，后人只需要做做修修补补的工作。然而，物理学的大厦上空依然飘着两朵乌云——光速不变与黑体辐射。

光速不变成为了相对论的起源，而黑体辐射则促成了量子力学的开端。

黑体并非黑色的物体，而是理想化的不会反射任何入射辐射的物体。经证明，黑体辐射的频谱仅与温度有关，此时，物理学家希望找到一个描述黑体辐射的公式。

物理学家维恩基于经典热力学，于 1894 年提出了维恩公式。维恩公式在短波区与实验数据相符，但长波区有较大差异；之后，物理学家瑞利基于经典电磁理论提出瑞利公式，瑞利公式在长波区与实验数据相符，但短波区有较大差异，更主要的是，瑞利公式显示短波的辐射强度将会趋于无穷大，这与事实严重不符，被称为紫外灾难。

此时，一位德国物理学家也已经研究黑体辐射许久。久攻不下的他选择了一种另辟蹊径的方法：不考虑物理学假设，纯粹先用实验数据凑一个公式。经过多次尝试，最终提出了普朗克公式，后续发现，普朗克公式的推导中需要使用到能量量子化（ $E = h\nu$ ）的假设才能够成立。

1900 年 12 月 14 日，普朗克发表了《黑体光谱中的能量分布》，宣告了量子理论的诞生。

定理 1: 普朗克公式——量子化的开端

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}$$

以上公式表征了单位波长间隔内，黑体单位表面积向半球空间的辐射功率，当然，普朗克公式还有基于能量密度等不同的类似公式。

根据普朗克公式，黑体辐射的相关推论可以很快导出：

- 维恩位移定律： $\lambda_{max} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$
- 斯特藩-玻尔兹曼定律： $R(T) = \sigma T^4$ ，其中 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/(m^2 \cdot K^4)$
- 瑞利公式： $R(\lambda, T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$
- 维恩公式： $R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT}$

一个新科学的胜利，不是其反对者都被说服和觉悟，而是因为其反对者都已经死去，然后熟悉这一真理的新一代人，长大了。——普朗克

例题 1: 普朗克公式的应用

根据普朗克公式推导上述两个定理以及两个推论公式

chapter2: 探微——原子是否是本源

所有物体是否可以无限切分？这是古代人们提出的哲学思考。德谟克利特经过逻辑判断认为，如果可以无限切分，物体将会变成数学意义上的点，而这个点是不能组合成实体的，因此给出了“原子”作为最小单位的名称。19世纪，伴随着化学反应实质的思考和元素周期表的诞生，原子成为了一个实际的物质。而后，科学家开始尝试继续探微——

- 汤姆孙在研究阴极射线时发现带负电的粒子流，宣告了电子的发现。人们据此推论原子中有带正电的部分，提出葡萄干布丁模型
- 1911年，卢瑟福在金箔实验中发现了大角度的散射，推测原子核的存在，并说明原子内部是极为空旷的，后续用 α 粒子发现质子，并预言了中子（由他的学生查德威克实验发现）
- 1913年，波尔针对氢原子提出波尔原子模型，对应了氢原子的光谱并说明了原子稳定性的问题。

对于光谱的研究也是一种物理学研究的推动力。不同原子有不同的特征谱线，而这些谱线都是分立的，为了寻求理论解释，物理学家提出了包括巴耳末系在内的多种理论公式。其中，波尔的模型提出了一种创新性的观点，并较好地符合了实际结果。虽然这一理论无法符合氢原子以外的其他原子的性质（例如非单电子原子）以及塞曼效应等进一步的实验现象，但能级假设、跃迁假设和轨道量子化假设（角动量量子化表示为 $L = n\hbar$ ）为后续的研究提供了重要的基础。

例题 2: 波尔原子模型

试利用波尔的假设和经典力学模型，求解波尔原子模型中氢原子的量化轨道及其能量

chapter3: 世界的另一面——从光电效应到物质波

早些世纪，牛顿等一众物理学家就已经思考光的本质。以牛顿为代表的微粒说和以惠更斯为代表的波动说是最典型的假说。在第一次PK中，由于波动说对于干涉和散射的预测，波动说最终被

更多人相信。

但是，光只是波吗？科学家发现，在光电效应中，光似乎并没有遵循麦克斯韦方程组的性质，它并没有遵循连续性原则，也无法发现时间累计的作用。最终，1905 年，爱因斯坦基于普朗克的量子观点，用光量子的概念解释了光电效应。

定理 2: 光电效应

$$h\nu = E + K$$

在假设中，光由光子组成，单个光子具有能量 $E = h\nu$ 。在光子接触金属原子并与电子作用时，光子的能量以一整份能量的形式一次性给到电子，也就是说能量是在瞬间转移的且是离散化的。通过光电效应，爱因斯坦解释了光电效应能够在瞬间发生并且存在截止频率（出现光电效应的光波长有最小值）等的情况

但是，假设毕竟是假设，光量子的正确性还需要实验证实。1923 年，康普顿在研究 X 射线散射时发现，散射的光波长比入射光波长更长，这不符合波动中波长不变的性质。既然波动无法解释，那么光量子假设呢？通过动量守恒和相对论原理得到了与实验结果一致的结果。

定理 3: 康普顿散射

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

现在，微粒派有光电效应和康普顿散射的支持，波动派有麦克斯韦方程、双缝干涉和泊松亮斑的支持。光到底是什么？这时，又有科学家发现，如果控制双缝干涉中光的强度下降到一个个光子的单独发射，在最终结果中，大量光子形成了类似于干涉条纹的样子。

这时，德布罗意觉得：既然光可以是粒子，那么电子为什么不是波？他将对于光的研究拓展到更大的物质中，提出了物质波的概念：

定理 4: 波粒二象性

$$E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

chapter4: 薛定谔方程——量子概率的量化解释

定理 5: 薛定谔方程

一维含时薛定谔方程:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x, t) \right] \Psi(x, t)$$

一维定态薛定谔方程:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \psi(x) = E\psi(x)$$

三维含时薛定谔方程:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) \right] \Psi(\mathbf{r}, t)$$

三维定态薛定谔方程:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

一维无限深势阱和量子隧穿效应是薛定谔方程的经验应用，它从理论上求解了势阱中粒子的出现概率，也从理论上说明了隧穿效应的存在，为后续工程技术的发展奠定了基础。

薛定谔方程通过波函数作为待求对象，它是一个二阶微分方程。在一维环境中，近似为一个振动的波的函数表示。为了求解具体的函数中的常数，我们必须知道波函数的性质：**其一是单值且连续，其二是在完整空间中找到一个粒子的概率为 1**。这两个也是利用薛定谔方程求解波函数所需的最主要的边界条件。当薛定谔方程中的势能 $V(x)$ 是一个与时间无关的函数时，波函数的解可以表示为 $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$

例题 3: 一维薛定谔方程的应用

求解一维无限深势阱中的波函数。

求解矩形有限高势垒下的量子隧穿概率。

波函数的概率分布函数为其薛定谔方程求解得到的函数的模的平方，这被称为波恩解释。基于概率分布函数，可以求解粒子的位置的期望，并进一步获得其他的力学量（如动量等）的期望。波函数的模的平方以粒子出现的概率表征粒子的信息，概率密度函数大的位置粒子的出现概率高。基于波函数的结果，我们也可以推测零点能的存在。这表明，即使是在绝对零度的条件下，粒子的能量依然是不为 0，也就是说他们有最低能量。

在 2025 年，宏观量子隧穿效应获评诺贝尔物理学奖。量子隧穿作为一个重要的量子力学结论，在核聚变反应、扫描隧道显微镜等领域都有重要应用，并且也较好地解释了原子核的 α 衰变中内部强相互作用力如此之大的情况下，依然能够发射出氦原子核的事实。

薛定谔方程虽然极为有效地预测了如此多的现象，但该方程本身只适用于低速的粒子，为此，狄拉克将该方程与狭义相对论结合提出狄拉克方程。在狄拉克方程中，物理学家得到了一个和电子具有相同的质量但电性相反的粒子，后续，通过威尔逊云室首次发现了反电子；再之后，经过粒子对撞实验，物理学家依次发现了反质子、反中子，并尝试制造了反氢原子。当今，反物质的典型应用是医疗的 PET-CT（正电子发射计算机断层显像），通过将含放射性元素的葡萄糖注入人体，在衰变过程中放出正电子并湮灭，通过观测湮灭中的能量获知活动活跃的组织，以此定位癌细胞的位置。

chapter5：原子结构的探索——基于波函数的理论

这里我们以氢原子为例。这一部分基于薛定谔方程的求解，给出了原子结构方面的几个关键量。具体的过程无需会算，只需要关注结论。

这个求解中，我们得到了描述原子中电子状态的三个重要参数：

- 主量子数 n ：要求主量子数满足 $n \geq 1$ ，表示电子所处的能级，只要能级不变，电子就不会坠入原子核，原子也不会释放能量。
- 角量子数 l ：要求角量子数满足 $0 \leq l \leq n - 1$ ，表示电子轨道的形状。轨道角动量 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$
- 磁量子数 m ：要求 $|m| \leq l$ ，表征了电子云的朝向。角动量在磁场方向上的分量为 $L_z = m\hbar$

之后，施特恩盖拉赫做了一个实验，让银原子通过一对磁铁，发现这些原子被分成了上下两束，从而推测出自旋的存在。那么有一个问题，为什么偏偏银原子的自旋方向会和磁铁的方向完全一致？这并非巧合，而是我们的测量要求银原子不得不给出该方向上的自旋。

假设经过垂直方向上的磁场后，银原子被分为上下两束，此时取下面一束原子，再经过垂直方向的磁场，结果将只留下一束；如果第二次修改为水平方向的磁场，结果将会出现左右两束。这表明在第二个方向上也有自旋。现在更神奇的来了，对于依次穿过垂直和水平方向的磁场，如果我们再取其中一束原子，将其送入垂直方向的磁场，此时，将恢复为最开始的两个条纹的情况。不对劲，我们不是已经知道垂直方向的自旋了吗？怎么自旋又改了。

事实上，自旋是电子等粒子的自禀属性，我们考虑为宏观的旋转是不准确的。在上述实验中，我们在一个方向测量，将会迫使粒子只表现为这个方向上的自旋。自旋既然也是一个物理量，我们简单说明：

- 自旋量子数： s ，对于电子等费米子， $s = \frac{1}{2}$ ；
- 自旋角动量： $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ ；
- 自旋磁量子数： m_s ， $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ，表示自旋的朝向。
- 自旋并非薛定谔求解氢原子的结果，而是为了符合实验结果和其他理论而被引入的第四个量子数。

基于自旋等认知，泡利提出了泡利不相容原理：在一个原子中，不能有两个电子的四个量子数完全相同。这表明在同一个原子的同一个能级的同一个方向的轨道上的两个电子必须拥有相反的自旋。这与中学的物质结构知识是一致的。

chapter0：参考资料

1. wyw 老师课件
2. G.P.A
- 3.【203 分钟，一口气看完，深度解读整个量子力学的发展历程】https://www.bilibili.com/video/BV1XN4AenETx?vd_source=cd4baffa2f63fc7fcb7f20760731bef6